

ข้อสอบ PAT 1 ความถนัดทางคณิตศาสตร์

1. ข้อใดไม่สมมูลกับ ประพจน์  $p \rightarrow (q \vee r)$
- $(\sim q \wedge \sim r) \rightarrow \sim p$
  - $(p \wedge \sim q) \rightarrow r$
  - $(p \wedge \sim r) \rightarrow q$
  - $\sim p \rightarrow (\sim q \wedge \sim r)$
2. กำหนดเอกภพพิสัยคือ  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  ประพจน์ใดเป็นเท็จ
- $\exists x[x + x = x^2]$
  - $\exists x[\ln(x-1)^2 = 2\ln(x-1)]$
  - $\forall x[\frac{e^x + e^{-x}}{2} > 1]$
  - $\forall x[\sqrt{x^2} + |x| \geq x]$
3. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นเซตอันดับ
- $\{x \in I^+ \mid 3x < 35\}$
  - $\{x \in I \mid x^2 - 4x - 5 < 0\}$
  - $\{x \in R \mid x \text{ เป็นจำนวนคู่ที่หารด้วย } 3 \text{ ลงตัว และ } x < 100\}$
  - $\{x \in R \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มที่สอดคล้องสมการ } x^2 + 5x - 14 < 0\}$
4. ให้เซต  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$  ข้อใดต่อไปนี้ผิด
- $\{\{\emptyset\}\} \subset P(P(P(A)))$
  - $n(P(A) \cap A) = 2$
  - $\emptyset \in P(P(A))$
  - $\{A, P(A)\} \cap \{\{\emptyset\}\} \neq \emptyset$
5. จาก  $|x^2 - x - 1| < 5$  เซตคำตอบของสมการ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใด
- $[-2, 3]$
  - $(0, 1)$
  - $[-2, 0]$
  - $(-2, 1]$
6. กำหนดให้  $R$  แทนเซตของจำนวนจริง และ
- $$A = \{x \in R \mid 2|x+2| < |x+3|\}$$
- $$B = \{x \in R \mid \sqrt{x+3} - \sqrt{x} \leq 1\}$$
- ข้อใดต่อไปนี้ถูก
- $A \subset B$
  - $B \subset A$
  - $A' \subset B$
  - $B' \subset A$
7. กำหนด  $a$  คือจำนวนเต็มี่มากที่สุดที่สอดคล้องกับสมการ  $|3x-1| < 2x+3$  และ  $b$  คือจำนวนเต็มี่น้อยที่สุดที่สอดคล้องกับสมการ  $\frac{x}{x+3} < \frac{1}{x-1}$  ค่าของ  $ab$  คือ
- 6
  - 4
  - 2
  - 10
8. ให้  $f(x) = x^2 - 1$  และ  $g(x) = x^3 + 1$  ข้อใดผิด
- $f + g$  เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง  $[0, \infty)$
  - $f - g$  เป็นฟังก์ชันเพิ่มลดช่วง  $(-\infty, 0]$
  - $f \circ g$  เป็นฟังก์ชันเพิ่มลดช่วง  $[0, \infty)$
  - $g \circ f$  เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง  $[0, \infty)$
9. กำหนด  $f: R \rightarrow R, g: R \rightarrow R$
- $$f^{-1}(2x-7) = x-2$$
- $$g(x+5) = x^2 + 8x + 34$$

- ค่าของ  $(f - g)(0)$  คือ
- 58
  - 57
  - 43
  - 0
10. กำหนด  $r_1 = \{(x, y) \mid 3|x - 2| + |y| = 1\}$ ,  
 $r_2 = \{(x, y) \mid \sqrt{x-1} + \sqrt{y+1} = 2\}$   
 แล้ว  $R_{r_2} - R_{r_1}$  คือ
- $(-1, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, 3)$
  - $(-1, 3)$
  - $(-\frac{1}{3}, 3)$
  - $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$
11. ถ้า  $A, B, C$  ถ้า  $\frac{\sin A}{7} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{3}$  แล้ว  $A$  มีค่าเท่าใด
- $A = 30^\circ$
  - $A = 45^\circ$
  - $A = 105^\circ$
  - $A = 120^\circ$
12. กำหนดให้
- $$A = \left\{ \theta \in [0, \pi] \mid \cot \theta (1 - \cos \theta) = \frac{1 - 3 \cos^2 \theta}{\sin \theta} \right\}$$
- ผลบวกของสมาชิกของ  $A$  คือข้อใดต่อไปนี้
- $\frac{\pi}{3}$
  - $\frac{2\pi}{3}$
  - $\pi$
  - $\frac{4\pi}{3}$
13. ถ้า  $\arctan x + \arctan(1-x) = \arctan \frac{4}{3}$   
 แล้ว ค่าของ  $x$  จะอยู่ในช่วงใด
- $(0, \frac{1}{3})$
  - $(\frac{1}{4}, 1)$
  - $(0, \frac{1}{4})$
  - $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$
14. ถ้า  $L$  เป็นสมการเส้นตรงที่ผ่านจุดตัดของเส้นตรง  $3x + 4y - 7 = 0$  และ  $5x + 12y - 15 = 0$  และตั้งฉากกับเส้นตรง  $3x + y - 5 = 0$  แล้วสมการเส้นตรง  $L$  เท่ากับข้อใด
- $24y - 8x - 3 = 0$
  - $8y + 24x - 41 = 0$
  - $24y + 8x - 27 = 0$
  - $8y - 24x + 31 = 0$
15. จุด  $A$  อยู่บนแกน  $Y$  และห่างจากจุด  $(2, 2)$  และ  $(1, -1)$  เป็นระยะทางเท่ากัน ถ้า  $B$  เป็นจุด  $(4, 5)$  แล้ว สมการของวงกลมที่มี  $(A, B)$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางคือข้อใด
- $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 12 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 9 = 0$
  - $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$
16. วงรีรูปหนึ่งมีความยาวของแกนเอกเท่ากับความยาวของแกนโทของพาราโบลา  $x^2 - 4x - 8y + 28 = 0$  ถ้าวงรีนี้มีความเยื้องศูนย์กลางเท่ากับ  $\frac{1}{2}$  แล้ว ความยาวของแกนโทของวงรีนี้ คือข้อใดต่อไปนี้
- 2 หน่วย
  - $2\sqrt{3}$  หน่วย
  - 4 หน่วย
  - $4\sqrt{3}$  หน่วย

17. สมการของเส้นโค้งที่มีผลต่างของระยะจากจุด  $(x, y)$  ใด ๆ บนเส้นโค้งไปยังจุด  $(-5, 1)$  และ  $(5, 1)$  กับ 6 คือ สมการในข้อใดต่อไปนี้

1.  $\frac{y^2}{9} - \frac{(x-1)^2}{16} = 1$       2.  $\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$   
 3.  $\frac{x^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$       4.  $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

18. กำหนดให้  $\mathbb{R}$  แทนเซตของจำนวนจริง และ

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 5^{9(2^x)-2} = 625^{2^{2x}} \right\}$$

ผลบวกของสมาชิกของ  $A$  คือข้อใดต่อไปนี้

1. -1      2.  $-\frac{2}{5}$       3. 0      4.  $\frac{1}{5}$

19. ค่าของ  $\frac{\log_2 24}{\log_6 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}$  ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1. -4      2. -3      3. 3      4. 4

20. ถ้า  $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt[3]{161 - 18\sqrt{80}}$  ค่าของ  $\log_8 a$  คือ

1.  $\frac{1 - \log 2}{\log 2}$       2.  $\frac{1 - \log 2}{2 \log 2}$   
 3.  $\frac{1 - \log 2}{4 \log 2}$       4.  $\frac{1 - \log 2}{6 \log 2}$

21. กำหนด  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & -1 & y \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

เป็นเมตริกซ์เอกฐาน (Singular -Matrix) และให้  $M_{ij}(A), C_{ij}(A)$

แทนไมเนอร์ และโคแฟกเตอร์ ของสมาชิกในตำแหน่ง แถวที่  $j$

กับหลักที่  $i$  ของเมตริกซ์  $A$  ตามลำดับ ถ้า  $C_{32}(A) - M_{12}(A) = 5$

แล้ว ผลบวกของกำลังสองของ  $x$  และ  $y$  มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 3      2. 13      3. 25      4. 33

22. กำหนด  $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & -b \end{bmatrix}$$

โดย  $A^2 + 2A + 1 = 0$  ค่าของ  $a + b$  คือ

1. -2      2. -1      3. 0      4. 1

23. โดยกระบวนการดำเนินการตามแถว พบว่า

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} x & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & y & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & z & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -5 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 10 & -7 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 8 & -6 & 5 \end{array} \right]$$

ค่าของ  $x + y + z$  คือข้อใดต่อไปนี้

1. -9      2. -7      3. 5      4. 8

24. กำหนดให้  $|\vec{u}| = 5, |\vec{u} + \vec{v}| = 8$  และ

$$\vec{u} \cdot (\vec{u} + 2\vec{v}) + \vec{v} \cdot (\vec{v} - \vec{u}) \text{ มีค่าเท่ากับ } 49$$

จงหาค่าของ  $|\vec{u} - \vec{v}|$

1.  $\sqrt{2}$       2. 2      3. 4      4.  $\sqrt{14}$

25. กำหนดให้  $\vec{c} = 4\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$

$$\text{และ } \vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ เวกเตอร์ที่ตั้งฉาก}$$

กับเวกเตอร์  $\vec{u}$  คือ

1.  $-\vec{i} + 8\vec{j}$       2.  $-3\vec{i} + 8\vec{j}$   
 3.  $16\vec{i} + 2\vec{j}$       4.  $24\vec{i} + 9\vec{j}$

26. พิกัดของจุดในข้อใดต่อไปนี้ เป็นจุดมุมของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ที่มีจุดมุมคือ  $(1, 2, 3), (1, 2, 4), (2, 2, 3), (1, 2, 3)$

1.  $(3, 1, 2)$       2.  $(3, 2, 4)$   
 3.  $(2, 3, 4)$       4.  $(2, 4, 3)$

27. ถ้า จำนวนเชิงซ้อน  $Z_1$  เป็นคำตอบหนึ่งของสมการ

$$Z^3 + Z^2 + 3Z - 5 = 0 \text{ และ } |Z_1 - (2 + 2i)| = 3$$

แล้ว  $Z_1 + \bar{Z}_1$  เท่ากับข้อใด

1. 4      2. -4      3. 2      4. -2

28. ถ้า  $Z = \left( \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} \right)^{10}$  แล้ว ตัวผกผันของการบวกของ  $Z$  คือ

ข้อใดต่อไปนี้

1.  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$       2.  $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$   
 3.  $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$       4.  $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

29. กำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ และเงื่อนไขบังคับต่อไปนี้

$$\text{ฟังก์ชันจุดประสงค์} \quad P = 5x + 10y$$

$$\text{เงื่อนไขบังคับ} \quad x + 2y \geq 10$$

$$7x + 4y \geq 42$$

$$0 \leq x \leq 8$$

$$0 \leq y \leq 7$$

ถ้า  $a$  และ  $b$  เป็นค่าที่มากที่สุด และค่าที่น้อยที่สุด ของ  $p$

ตามลำดับ แล้ว  $a - b$  มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 50      2. 65      3. 150      4. 165

30. ค่าของ  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)}}{2n^2+n+1}$  คือ

1.  $\frac{1}{4}$       2.  $\frac{1}{3}$       3.  $\frac{1}{2}$

4. ไม่สามารถหา  $\lim$  ได้ เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

31. ถ้า  $\sum_{n=1}^{\infty} a^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+4+6+8+\dots+2^n}{2^{n+3}-8}$  แล้ว

$25a, 25a^2, 25a^3, \dots$  มีพจน์ที่ 5 เป็นเท่าใด

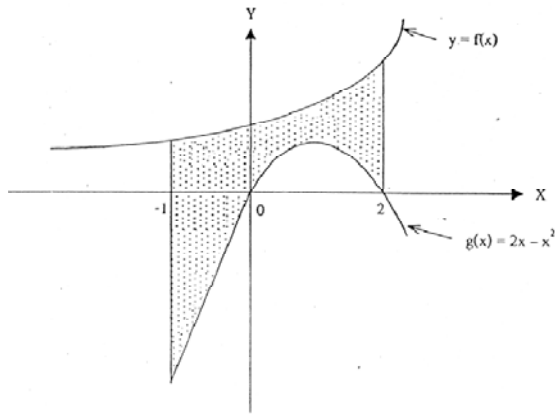
1.  $\frac{1}{5}$       2.  $\frac{1}{5^2}$       3.  $\frac{1}{5^3}$       4.  $\frac{1}{5^4}$

32.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2^2+3^2+\dots+n^2}{n^2-1} - \frac{n}{3}$  มีค่าเท่ากับข้อใด

1. -1      2.  $\frac{1}{2}$   
 3. 1      4. หาค่าลิมิตไม่ได้

33. จากรูป ถ้าพื้นที่ของบริเวณที่แรเงา เท่ากับ 6 ตารางหน่วย

แล้ว  $\int_{-1}^2 f(x) dx$  เท่ากับข้อใด



1. 10      2. 6      3.  $\frac{22}{3}$       4.  $\frac{19}{3}$

34. สมการของเส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับเส้นสัมผัสของเส้นโค้ง

$y = x^3 - 2x^2 + 5x$  ที่จุด (1,4) คือสมการในข้อใดต่อไปนี้

1.  $x + 4y - 17 = 0$       2.  $x - 4y + 17 = 0$   
3.  $4y + x - 17 = 0$       4.  $4y + x + 17 = 0$

35. ถ้ากำหนดความชันของเส้นโค้งที่จุด (x, y) ใดๆ เป็น

$3x^2 - 4x - 5$  แล้วสมการของเส้นโค้งที่ผ่านจุด (1,-6) คือสมการในข้อใดต่อไปนี้

1.  $y = x^3 - 2x^2 - 5x$       2.  $y = 3x^3 - 4x^2 - 5x$   
3.  $y = x^3 - x^2 - 5x - 1$       4.  $y = 3x^3 - 2x^2 - 5x - 2$

36. ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1.  $\binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \binom{n}{3} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n - 1$   
2.  $c(n, r + 1) = \frac{n-r}{r+1} C(n, r)$   
3.  $2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n) = 2(n!)$   
4.  $n(n^2 - 1)(n^2 - 4)(n^2 - 9) = \frac{(n+3)!}{(n-4)!}$

37. รถโรงเรียน 2 คัน คันหนึ่งมี 6 ที่นั่ง และอีกคันหนึ่งมี 9 ที่นั่ง

จำนวนวิธีที่ครูจะจัดให้เด็กนักเรียนจำนวน 13 คน นั่งรถโรงเรียนทั้ง 2 คัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1,716 วิธี      2. 2,431 วิธี  
3. 3,003 วิธี      4. 3,718 วิธี

38. ต้องการสร้างจำนวนที่บวกให้มีความมากกว่า 150 และน้อยกว่า

750 โดยใช้ตัวเลข 1,2,7,8 ได้จำนวนทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 75 จำนวน      2. 85 จำนวน  
3. 105 จำนวน      4. ไม่มีคำตอบถูก

39. สมศรีมีผ้าเช็ดหน้าที่แตกต่างกัน 8 ผืน ต้องการแจกผ้าเช็ดหน้าให้กับเพื่อนของเขา 2 คน โดยที่คนหนึ่งได้รับ 2 ผืน อีกคนหนึ่งได้รับ 3 ผืน จะมีวิธีการแบ่งทั้งหมดกี่วิธี

1. 560 วิธี      2. 1120 วิธี  
3. 3360 วิธี      4. 6720 วิธี

40. จากการสำรวจความคิดเห็นของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยขอนแก่น ซึ่งเป็นนักศึกษาชาย 40% เกี่ยวกับความคิดเห็นเรื่องการขึ้นราคาน้ำมันเชื้อเพลิง พบว่า นักศึกษาชายเห็นด้วยกับการขึ้นราคาน้ำมัน 70% ส่วนนักศึกษาหญิงเห็นด้วยกับการขึ้นราคาน้ำมันเพียง 15% ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มเลือกนักศึกษามาหนึ่งคนที่จะเป็นนักศึกษาชาย หรือนักศึกษาที่เห็นด้วยกับการขึ้นราคาน้ำมันจะเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.28      2. 0.49      3. 0.77      4. 0.94

41. สัมประสิทธิ์ของ  $x^2$  จากการกระจาย  $(x^5 + \frac{a}{2x})^{10}$  คือข้อใด

1.  $\frac{45}{2^2} a^2$       2.  $\frac{105}{2^3} a^4$   
3.  $\frac{105}{2^5} a^6$       4.  $\frac{45}{2^8} a^8$

42. จากตารางแจกแจงความถี่ของความยาวของทารกแรกเกิด 45 คน ที่มีมัยฐานอยู่ในช่วง 41-48 เซนติเมตร ถ้าทารกแรกเกิดที่มีความยาวน้อยกว่า 40.5 เซนติเมตร มีอยู่ 16 คน และทารกแรกเกิดที่มีความยาวน้อยกว่า 48.5 เซนติเมตร มีอยู่ 24 คนแล้ว มัยฐานมีค่าเท่ากับข้อใด

1. 44      2. 45      3. 46      4. 47

43. ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของยอดขายต่อสัปดาห์ของขนมไทยชนิดหนึ่งเท่ากับ 1,100 บาท จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้ามีมัยฐาน และฐานนิยม เท่ากับ 1,000 และ 950 บาท ตามลำดับแล้ว เส้นโค้งของความถี่เป็นแบบเบ้ลาดทางขวา

ข. ถ้ามีมัยฐาน และฐานนิยม เท่ากับ 1,300 และ 1,200 บาท ตามลำดับแล้ว เส้นโค้งของความถี่เป็นแบบเบ้ลาดทางซ้าย

ข้อใดต่อไปนี้ **เป็นจริง**

1. ก. ถูก และ ข. ถูก      2. ก. ถูก และ ข. ผิด  
3. ก. ผิด และ ข. ถูก      4. ก. ผิด และ ข. ผิด

44. ถ้า  $X_1, X_2, X_3, X_4$  เป็นข้อมูลชุดหนึ่ง ที่มีค่าฐานนิยม และมีมัยฐานคือ 0 พิสัยคือ 12 และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ 1 แล้ว ค่าของ  $\sum_{i=1}^4 (x_i - 1)^2$  คือข้อใดต่อไปนี้

1. 76      2. 78      3. 80      4. 82

45. บริษัทแห่งหนึ่งขายยางรถยนต์ 4 ชนิด คือ B, F, G และ M จำนวนค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุการใช้งานของยางรถยนต์(หน่วยเป็นเดือน) ได้ดังนี้

ชนิดของยางรถยนต์	B	F	G	M
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	38	45	24	48
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	3	9	2	6

ยางรถยนต์ชนิดใด มีการกระจายของอายุการใช้งานน้อยที่สุด

1. B      2. F      3. G      4. M

46. ในการสอบคัดเลือกเข้าศึกษาในสถาบันอุดมศึกษาแห่งหนึ่ง นายวีระวัฒน์เข้าสอบ 4 วิชา คือ คณิตศาสตร์ 1 เคมี ฟิสิกส์และชีววิทยา สมมติว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนแต่ละวิชา และคะแนนของนายวีระวัฒน์ เป็นดังนี้

	คณิตฯ1	เคมี	ฟิสิกส์	ชีววิทยา
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	27	25	21	35
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	14	16	10	10
คะแนนของนายวีระวัฒน์	62	57	51	50

นายวีระวัฒน์ทำคะแนนวิชาใดได้ดีที่สุด

1. คณิตศาสตร์ 1      2. เคมี  
3. ฟิสิกส์      4. ชีววิทยา

47. กำหนดให้  $4, 3, 2, 5, 6, 4$  เป็นข้อมูลชุดที่ 1

$Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, Y_6$  เป็นข้อมูลชุดที่ 2

$$\text{โดยที่ } y_i = 3x_i - 2$$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 2 น้อยกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 1 อยู่ 6  
ข. สัมประสิทธิ์การแปรผันของชุดที่ 2 น้อยกว่า สัมประสิทธิ์การแปรผันของชุดที่ 1 อยู่ 6  
ค. ความแปรปรวนของข้อมูลชุดที่ 2 เป็น 3 เท่า ของความแปรปรวนของข้อมูลชุดที่ 1

ข้อใดสรุปถูกต้อง

1. ถูก 1 ข้อ      2. ถูก 2 ข้อ  
3. ถูกทุกข้อ      4. ผิดทุกข้อ

48. ในการทดสอบความสามารถของนักเรียน 100 คน ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนน สอบเป็น 50 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 15 มีนักเรียน 99 คน ที่ได้คะแนนน้อยกว่าผู้มี ถ้าการแจกแจงของคะแนนสอบเป็นได้ปกติ มัธยัสถ์สอบได้คะแนนเท่าใด (ตอบเป็นจำนวนเต็มที่ใกล้เคียงที่สุด)

กำหนด  $z = 2.33$  มีพื้นที่ใต้โค้งปกติ 0.4900

1. 83      2. 84      3. 85      4. 86

49. ข้อมูลการขายสินค้าของบริษัทแห่งหนึ่งมีหน่วยเป็นล้านบาท ระหว่างปี พ.ศ.2541-2545 เป็นดังนี้

พ.ศ.	2541	2542	2543	2544	2545
มูลค่าการขาย (ล้านบาท)	7	10	9	11	13

ถ้าความสัมพันธ์ข้อมูลนี้เป็นแบบเส้นตรงแล้ว เราจะทำนายมูลค่าการขาย โดยเฉลี่ยใน 6 เดือนแรกของปี พ.ศ.2546 จะมีค่าเท่ากับข้อใด

1. 13.9      2. 5.15      3. 6.90      4. 6.95

50. ตารางนี้มีสี่เหลี่ยมจัตุรัสกี่รูป


1. 25      2. 26      3. 29      4. 30

1.ตอบข้อ (4)

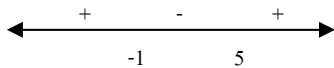
แนวคิด  $p \rightarrow (q \vee r)$   
 $\equiv \sim p \vee (q \vee r)$  ตามกฎของ 6 ของ PB  
 $\equiv (\sim p \vee q) \vee r$  จัดกลุ่มใหม่จะครบ  
 $\equiv \sim(p \wedge \sim q) \vee r$  คิงนิเสธออกมา  
 $\equiv (p \wedge \sim q) \rightarrow r$  สมมูลกับข้อ (2) หรือ  $p \rightarrow (q \vee r)$   
 $\equiv \sim p \vee (q \vee r)$   
 $\equiv (\sim p \vee r) \vee q$  จัดกลุ่มใหม่  
 $\equiv \sim(p \wedge \sim r) \vee q$  คิงนิเสธออกมา  
 $\equiv (p \wedge \sim r) \rightarrow q$  สมมูลกับข้อ (3) หรือ  $p \rightarrow (q \vee r)$   
 $\equiv \sim(q \vee r) \rightarrow \sim p$  กฎ สลับที่  
 $\equiv (\sim q \wedge \sim r) \rightarrow \sim p$  สมมูลกับข้อ (1)  
 ดังนั้น  $p \rightarrow (q \vee r)$  ไม่สมมูลกับข้อ (4)

2.ตอบข้อ (3) มี  $x=0$  ทำให้  $\frac{e^x + e^{-x}}{2} > 1$  เป็นเท็จ

- (1) มี  $x=2$  ทำให้  $x+x = x^2$  เป็นจริง
- (2) มี  $x=2$  ทำให้  $\ln(x-1)^2 = 2\ln(x-1)$  เป็นจริง
- (4)  $\therefore \sqrt{x^2} = |x|$   
 $\therefore \sqrt{x^2} + |x| = 2|x| \geq x$  เสมอ

3.ตอบข้อ (3)

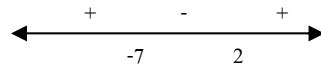
แนวคิด  
 ตัวเลือก (1) ผิดเพราะ  $x \in I^+, 3x < 35, \therefore x < \frac{35}{3}$   
 ดังนั้น  $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$   
 $\therefore$  จึงเป็นเซตจำกัดนับจำนวนสมาชิกได้  
 ตัวเลือก (2) ผิดเพราะ  $x \in I, x^2 - 4x - 5 < 0$   
 แยกปลายกรอบ (ไม่ใช่) ตัวประกอบคือว่า  
 $(x-5)(x+1) < 0$  จับแต่ละวงเล็บเท่ากับ 0 ใส่ช่วงเปิด



$x \in I$  และ  $x \in (-1, 5)$  ดังนั้น  $x = 0, 1, 2, 3, 4$   
 $\therefore$  จึงเป็นเซตจำกัดอีกแล้วครับท่าน

ตัวเลือก (3) ถูกเพราะ  $x \in R$  และ  $X$  เป็นจำนวนเต็ม  
 คู่ที่หารด้วย 3 ลงตัว และ  $x < 100$  มีค่าดังนี้  
 $x = 96, 90, 84, 78, \dots, 0, -6, -12, -18, -24, \dots$   
 $\therefore$  จึงเป็นเซตอนันต์ (เจอเสียที)

ตัวเลือก (4) ผิดเพราะ  $x \in R$  และ  $X$  เป็นจำนวนเต็ม  
 ที่สอดคล้องกับ  $x^2 + 5x - 14 < 0$   
 $(x-2)(x+7) < 0$



$x$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $x \in (-7, 2)$   
 ดังนั้น  $x = -5, -3, -1, 1 \therefore$  จึงเป็นเซตจำกัดนับได้ครับ

4.ตอบข้อ (4)

แนวคิด ข้อ 1. ถูก เพราะ จาก  $\emptyset \in P(A)$   
 ดังนั้น  $\{\emptyset\} \subset P(A)$  จากกฎการตัดปีกกา ของ PB  
 และ  $\{\{\emptyset\}\} \subset P(P(A))$  จากกฎการเติม P ของ PB  
 ข้อ 2. ถูก เพราะ  $P(A) \cap A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$   
 ข้อ 3. ถูก เพราะ เซตว่างย่อมเป็นสมาชิกของ Power Set เสมอ  
 ข้อ 4. ผิด เพราะ สมาชิกใน 2 เซตไม่ซ้ำกันเลย ดังนั้นผลการ  
 intersection =  $\emptyset$

5.ตอบข้อ (1)

$|x^2 - x - 1| < 5$   
 $-5 < x^2 - x - 1 < 5$   
 $-5 < x^2 - x - 1$  และ  $x^2 - x - 1 < 5$   
 แยกคิด 2 กรณี แล้วนำมา อินเตอร์เซกชันกันครับ

กรณีที่ I.  $-5 < x^2 - x - 1$   
 $x^2 - x + 4 > 0$

แยก factor ไม่ได้ต้องทำเป็นกำลัง 2 สมบูรณ์พิจารณา

$$x^2 - x + \frac{1}{4} + \frac{15}{4} > 0$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \text{ เสมอ}$$

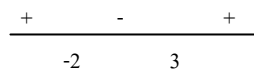
$$\therefore \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4} > 0 \text{ เสมอ}$$

เซตคำตอบ ในกรณีนี้ คือ  $R$  (น้องของพ่อ ! ล้อเล่น)

กรณีที่ II.  $x^2 - x - 1 < 5$

$$x^2 - x - 6 < 0$$

$$(x-3)(x+2) < 0$$



เซตคำตอบคือ  $(-2, 3)$

เซตคำตอบ ของอสมการ  $|x^2 - x - 1| < 5$

ได้จากคำตอบในกรณีที่ I. และ II. มาอินเตอร์เซกชัน  
 $\therefore$  เซตคำตอบคือ  $R \cap (-2, 3) = (-2, 3)$

6.ตอบข้อ (4)  $B \subset A'$

แนวคิด A

$$2|x+2| < |x+3| \text{ ยกกำลัง 2 ดีกว่าครีบพี่น้อง}$$

$$(2|x+2|)^2 < (|x+3|)^2$$

$$2^2(x+2)^2 < (x+3)^2 \text{ ตรงนี้กระจายหรือใช้ผลต่างกำลัง 2 ก็ได้ครับ}$$

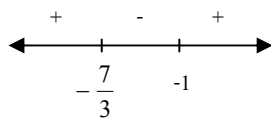
$$4(x^2+4x+4) < x^2+6x+9 \text{ พี่นุ้มเลือกกระจายครับ}$$

$$4x^2+16x+16 < x^2+6x+9$$

$$3x^2+10x+7 < 0$$

$$(3x+7)(x+1) < 0$$

เขียนกราฟคำตอบได้ดังนี้



ดังนั้น

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -\frac{7}{3} < x < -1 \right\} = \left( -\frac{7}{3}, -1 \right) B,$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{x} \leq 1$$

$$\sqrt{x+3} \leq \sqrt{x} + 1$$

$$(\sqrt{x+3})^2 \leq (\sqrt{x} + 1)^2 \cap x+3 \geq 0 \cap x \geq 0$$

$$x+3 \leq x+2\sqrt{x}+1 \cap x \geq -3 \cap x \geq 0$$

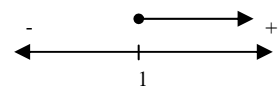
$$2 \leq 2\sqrt{x} \cap x \geq -3 \cap x \geq 0$$

$$1 \leq \sqrt{x} \cap x \geq -3 \cap x \geq 0$$

$$\sqrt{x} \leq 1 \cap x \geq -3 \cap x \geq 0$$

$$x \geq 1 \cap x \geq -3 \cap x \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

เขียนกราฟได้ดังนี้

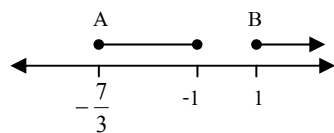


ดังนั้นเซต  $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1 \} = [1, \infty)$

ตรวจตัวเลือก

(1)  $A \subset B$  ผิด ตั้งรูปที่ 1

(2)  $B \subset A$  ผิด ตั้งรูปที่ 1

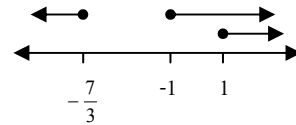


รูปที่ 1

(3)  $A' \subset B$  ผิด เพราะ

(3)-(2),  $4x-6=0$  ตั้งรูป

(4)  $B \subset A'$  ถูก ตั้งรูปที่ 2



รูปที่ 2

7.ตอบข้อ (1)  $|3x-1| < 2x+3$

เข้า FORM 3 ของ PB จะยกกำลัง 2 ก็ได้หรือแยกช่วงก็ได้ครับ พี่นุ้มยกกำลัง 2

$$9x^2 - 6x + 1 < 4x^2 + 12x + 9$$

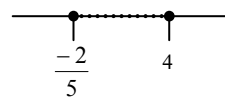
$$5x^2 - 18x + 8 < 0$$

$$5x^2 - 18x - 8 < 0$$

$$(5x+2)(x-4) < 0$$

$$\therefore -\frac{2}{5} < x < 4$$

a เป็นจำนวนเต็มที่มากที่สุดในช่วง  $(-\frac{2}{5}, 4)$



$$\therefore a = 3 *$$

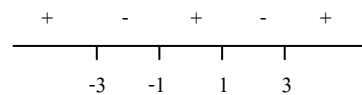
จาก  $\frac{x}{x+3} < \frac{1}{x-1}$

$$\frac{x}{x+3} - \frac{1}{x-1} < 0$$

$$\frac{x^2 - x - x - 3}{(x+3)(x-1)} < 0$$

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{(x+3)(x-1)} < 0$$

$$\frac{(x-3)(x+1)}{(x+3)(x-1)} < 0$$



$$-3 < x < -1 \text{ หรือ } 1 < x < 3$$

b คือจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดที่สอดคล้องกับช่วง  $(-3, -1) \cup (1, 3)$

$$\therefore b = -2$$

$$\therefore ab = -6$$

8.ตอบข้อ (3)

แนวคิดให้  $f(x) = x^2 - 1$  และ  $g(x) = x^3 + 1$

เนื่องจากความชันของกราฟ  $f(x)$  คือ  $f'(x)$

ตัวเลือก (1) ถูกเพราะจาก

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f+g)(x) = (x^2 - 1) + (x^3 + 1) = x^3 + x^2$$

$$(f+g)'(x) = 3x^2 + 2x = 0$$

$$x(3x+2) = 0, \therefore x = 0, -\frac{2}{3}$$

พิจารณาความชันของกราฟในแต่ละช่วงโดยการกำหนดค่า X

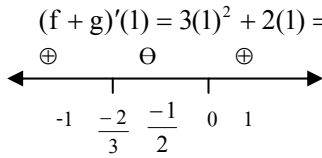
ในแต่ละช่วง เช่น  $-1, -\frac{1}{2}, 1$  แล้วแทนค่าใน  $(f+g)'(x)$

จะได้เครื่องหมายของความชันดังนี้

$$(f+g)'(-1) = 3(-1)^2 + 2(-1) = 1 > 0$$

$$(f+g)'(-\frac{1}{2}) = 3(-\frac{1}{2})^2 + 2(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{4} < 0$$

$$(f+g)'(1) = 3(1)^2 + 2(1) = 5 > 0$$



จะได้ว่า  $(f+g)$  เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง  $[0, \infty)$

ตัวเลือก (2) ถูกเพราะจาก

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f-g)(x) = (x^2 - 1) - (x^3 + 1) = -x^3 + x^2$$

$$(f-g)'(x) = -3x^2 + 2x = 0$$

$$-x(3x + 2) = 0, \therefore x = 0, -\frac{2}{3}$$

พิจารณาความชันของกราฟในแต่ละช่วงโดยการกำหนดค่า X

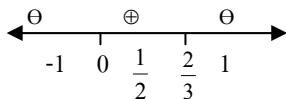
ในแต่ละช่วง เช่น  $-1, \frac{1}{2}, 1$  แล้วแทนค่าใน  $(f+g)'(x)$

จะได้เครื่องหมายของความชันดังนี้

$$(f-g)'(-1) = -3(-1)^2 + 2(-1) = -5 > 0$$

$$(f-g)'(\frac{1}{2}) = -3(\frac{1}{2})^2 + 2(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} > 0$$

$$(f-g)'(1) = -3(1)^2 + 2(1) = -1 < 0$$



จะได้ว่า  $(f+g)$  เป็นฟังก์ชันลดบนช่วง  $[0, \infty)$

ตัวเลือก (3) ผิดเพราะจาก

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(f \circ g)(x) = f(x^3 + 1)$$

$$= (x^3 + 1)^2 - 1$$

$$(f \circ g)'(x) = 2(x^3 + 1)^{2-1} (3x^2)$$

$$6x^2(x^3 + 1) = 0, \therefore x = 0, -1$$

พิจารณาความชันของกราฟในแต่ละช่วงโดยการกำหนดค่า X

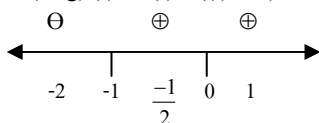
ในแต่ละช่วง เช่น  $-2, -\frac{1}{2}, -1$  แล้วแทนค่าใน  $(f \circ g)'(x)$

จะได้เครื่องหมายของความชันดังนี้

$$(f \circ g)'(-2) = 6(-2)^2 \cdot ((-2)^3 + 1) = -168 < 0$$

$$(f \circ g)'(-\frac{1}{2}) = 6(-\frac{1}{2})^2 \cdot ((-\frac{1}{2})^3 + 1) = \frac{21}{16} > 0$$

$$(f \circ g)'(1) = 6(1)^2 \cdot ((1)^3 + 1) = 12 > 0$$



จะได้ว่า  $(f \circ g)$  เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง  $[0, \infty)$

ตัวเลือก (4) ถูกเพราะจาก

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= (x^2 - 1)^3 + 1$$

$$(g \circ f)'(x) = 3(x^2 - 1)^{3-1} (2x)$$

$$6x(x^2 - 1)^2 = 0, \therefore x = 0, -1, 1$$

พิจารณาความชันของกราฟในแต่ละช่วงโดยการกำหนดค่า X

ในแต่ละช่วง เช่น  $-2, -\frac{1}{2}, 2$  แล้วแทนค่าใน

$$(g \circ f)'(x)$$

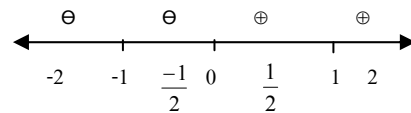
จะได้เครื่องหมายของความชันดังนี้

$$(g \circ f)'(-2) = 6(-2) \cdot ((-2)^2 - 1)^2 = -108 < 0$$

$$(g \circ f)'(-\frac{1}{2}) = 6(-\frac{1}{2}) \cdot ((-\frac{1}{2})^2 - 1)^2 = -\frac{27}{16} < 0$$

$$(g \circ f)'(\frac{1}{2}) = 6(\frac{1}{2}) \cdot ((\frac{1}{2})^2 - 1)^2 = \frac{27}{16} > 0$$

$$(g \circ f)'(2) = 6(2) \cdot ((2)^2 - 1)^2 = 108 > 0$$



จะได้ว่า  $(g \circ f)$  เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง  $[0, \infty)$

9.ตอบข้อ (2)

$$\text{จาก } (f \cdot g)(0) = f(0) \cdot g(0) *$$

$$\text{จาก } g(x+5) = x^2 + 8x + 34$$

$$\text{ต้องการ } g(0) \text{ แทน } x = -5$$

$$g(0) = (-5)^2 + 8(-5) + 34$$

$$= 25 - 40 + 34$$

$$= 19$$

$$\text{จาก } f^{-1}(2x-7) = x-2$$

$$\text{ให้ } x=2 \text{ ทำให้ } f^{-1}(-3)=0$$

$$\text{นั่นคือ } f(0) = -3$$

$$\therefore (f \cdot g)(0) = f(0) \cdot g(0)$$

$$= -3 \cdot 19$$

$$= -57$$

10.ตอบข้อ (4)

$$\text{จาก } R_{r_1} - 1 = D_{r_1}$$

$$r_1 = \{(x, y) \mid 3|x| - 2|y| = 1\}$$

$$3|x| - 2|y| = 1$$

$$3|x| - 1 = 2|y|$$

$$\therefore |y| \geq 0 \text{ เสมอทำให้ } \therefore 2|y| \geq 0$$

$$\text{นั่นคือ } 3|x| - 1 \geq 0$$

$$3|x| \geq 1$$

$$|x| \geq \frac{1}{3}$$

$$x \leq -\frac{1}{3} \text{ หรือ } x \geq \frac{1}{3}$$

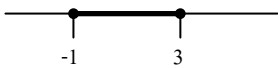
D<sub>r<sub>1</sub></sub> แสดงบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



จาก r<sub>2</sub>

$$\begin{aligned}\sqrt{x-1} + \sqrt{y+1} &= 2 \\ \sqrt{x-1} &= 2 - \sqrt{y+1} \\ \therefore \sqrt{x-1} &\geq 0 \\ \therefore 2 - \sqrt{y+1} &\geq 0 \text{ และ } y+1 \geq 0 \\ \sqrt{y+1} &\leq 2 \\ y+1 &\leq 4 \\ y &\leq 3\end{aligned}$$

$\therefore R_{r_2}$  คือ  $-1 \leq y \leq 3$  เขียนเป็นเส้นจำนวนได้ดังนี้



$$R_{r_2} - R_{r_1} - 1 = \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$$

### 11.ตอบข้อ (4)

แนวคิด

$$\begin{aligned}\frac{\sin A}{7} &= \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{3} = k \\ \sin A &= 7k \\ \sin B &= 5k \\ \sin C &= 3k \\ A+B+C &= 180 \\ A &= 180 - (B+C) \\ \sin A &= \sin(B+C) \\ &= \sin B \cos C + \cos B \sin C \\ 7k &= 5k\sqrt{1-9k^2} + 3k\sqrt{1-25k^2} \\ 7-5\sqrt{1-9k^2} &= 3\sqrt{1-25k^2} \\ 49-70\sqrt{1-9k^2}+25-225k^2 &= 9-225k^2 \\ 70\sqrt{1-9k^2} &= 65 \\ 14\sqrt{1-9k^2} &= 13 \\ 1-9k^2 &= \left(\frac{13}{14}\right)^2 \\ k^2 &= \frac{3}{196} \\ k &= \frac{\pm\sqrt{3}}{14} \\ \sin A &= 7k = \frac{\pm\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

(ใช้ได้เฉพาะค่าบวก  $\therefore$  เป็นมุมในสามเหลี่ยม)

$$\text{ถ้า } \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 60^\circ, 120^\circ$$

### 12.ตอบข้อ (4)

แนวคิด

$$\cot \theta(1 - \cos \theta) = \frac{1 - 3 \cos^2 \theta}{\sin \theta}$$

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta}(1 - \cos \theta) = \frac{1 - 3 \cos^2 \theta}{\sin \theta}$$

$$\cot \theta(1 - \cos \theta) = 1 - 3 \cos^2 \theta$$

$$2 \cos^2 \theta + \cos \theta - 1 = 0$$

$$(2 \cos \theta - 1)(\cos \theta + 1) = 0$$

$$2 \cos \theta - 1 = 0$$

$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta + 1 = 0$$

$$\cos \theta = -1$$

โจทย์กำหนดให้  $\theta \in [0, \pi)$  ดังนั้น

$$\theta = \frac{\pi}{3} \quad \left| \quad \theta = \pi \right.$$

ดังนั้นเซต  $A = \left\{ \frac{\pi}{3}, \pi \right\}$  ผลบวกของสมาชิกของเซต A

$$\text{คือ } \frac{\pi}{3} + \pi = \frac{4\pi}{3}$$

### 13.ตอบข้อ (2)

$$\text{ให้ } \arctan x = A \quad \therefore \tan A = x$$

$$\arctan(1-x) = B \quad \therefore \tan B = 1-x$$

$$\arctan x + \arctan(1-x) = \arctan \frac{4}{3}$$

$$A + B = \arctan \frac{4}{3}$$

$$\tan(A+B) = \tan\left(\arctan \frac{4}{3}\right)$$

$$\frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x + (1-x)}{1 - x(1-x)} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{1-x+x^2} = \frac{4}{3}$$

$$4 - 4x + 4x^2 = 3$$

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$(2x-1)^2 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

### 14.ตอบข้อ (1)

แนวคิด หาจุดตัดของเส้นตรง

$$3x + 4y - 7 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$5x + 12y - 15 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) \times 3, \quad 9x + 12y - 21 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$(3) - (2), \quad 4x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, \quad y = \frac{5}{8}$$

ดังนั้นเส้นตรง L ผ่านจุดตัด  $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{8}\right)$  และตั้งฉากกับ

$$\text{เส้นตรง } 3x + y - 5 = 0$$



ซึ่งมีความชัน = -3

$$\therefore \text{ ความชันของเส้นตรง } L = \frac{1}{3}$$

จากสูตรสมการเส้นตรง  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\therefore \text{ สมการเส้นตรง } L \text{ คือ } y - \frac{5}{8} = \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$y - \frac{5}{8} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$$

$$24y - 15 = 8x - 12$$

$$24y - 8x - 3 = 0$$

#### 15.ตอบข้อ (4)

แนวคิด

เนื่องจากจุด A อยู่บนแกน Y สมมติให้จุด A มีพิกัด (0, a)

จากสูตรระยะห่างระหว่างจุด 2 จุด

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

เนื่องจากจุด A อยู่ห่างจากจุด (2,2) และจุด (1,-1) เป็นระยะ

ทางเท่ากันจะได้ว่า

$$\sqrt{(0-2)^2 + (a-2)^2} = \sqrt{(0-1)^2 + (a+1)^2}$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างจะได้

$$4 + (a+2)^2 = 1 + (a+1)^2$$

$$a^2 - 4a + 8 = a^2 + 2a + 2$$

$$6a = 6, \therefore a = 1$$

ดังนั้น จุด A คือ (0,1) จากสูตรสมการวงกลม

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \text{ จากสูตรจุดกึ่งกลาง}$$

$$(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\text{จุดศูนย์กลาง } (h, k) = \left(\frac{0+4}{2}, \frac{1+5}{2}\right) = (2, 3)$$

$$\begin{aligned} \text{รัศมี } (r) &= \frac{|\overline{AB}|}{2} = \frac{\sqrt{(0-4)^2 + (1+5)^2}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{32}}{2} = \frac{2\sqrt{8}}{2} = \sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\text{แทนค่าสูตรสมการวงกลม : } (x-2)^2 + (y-3)^2 = 8$$

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) = 8$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$$

#### 16.ตอบข้อ (4)

แนวคิด จากสมการพาราโบลา

$$x^2 - 4x - 8y + 28 = 0$$

$$x^2 - 4x = 8y - 28$$

$$x^2 - 2(x)2 + 2^2 = 8y - 28 + 2^2$$

$$(x-2)^2 = 8y - 24$$

$$(x-2)^2 = 8(y-3)$$

$$(x-2)^2 = 4(2)(y-3)$$

จากสมการมาตรฐานของพาราโบลา  $(x-h)^2 = 4p(y-k)$

จากความยาวลาตัสเรกตัมของพาราโบลา = 4p

จะได้ความยาวลาตัสเรกตัมของพาราโบลา = 4(2) = 8 หน่วย

จากโจทย์กำหนด ความยาวลาตัสเรกตัมของพาราโบลาเท่ากับ

ความยาวแกนเอกของวงรี นั่นคือยาวเท่ากับ 8 หน่วย

จากความยาวแกนเอกของวงรี = 2a

$$\text{นั่นคือ } 2a = 8 \text{ แล้วจะได้ } a = 4$$

จากโจทย์กำหนดให้ความเยื้องศูนย์กลางของวงรี

$$(e) = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \text{ แล้วจะได้ } c = 2$$

จากสมการความสัมพันธ์ของวงรี  $c^2 = a^2 - b^2$

$$\text{นั่นคือ } 2^2 = 4^2 - b^2 \text{ แล้ว } b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

จากความยาวแกนโทของวงรี = 2b

$$\text{นั่นคือ } 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ หน่วย}$$

#### 17.ตอบข้อ (3)

แนวคิด ให้ A(x, y) เป็นจุดใด ๆ บนเส้นโค้ง และ

ให้ B(5,1); B'(-5,1) เป็นจุดคงที่ที่โฟกัส

กำหนดให้ และผลต่างของระยะจากจุด

A(x, y) ใด ๆ ไปยังจุด B(5,1); B'(-5,1)

เท่ากับ 6

$$\therefore |AB - AB'| = 6$$

จะเห็นว่าลักษณะดังกล่าวเป็นลักษณะของไฮเพอร์โบลา

ฉะนั้นจุด B และ B' เป็นจุดโฟกัส และ

$$2a = 6 \quad ; \quad a = 3$$

$$2c = 10 \quad ; \quad c = 5$$

$$b^2 = c^2 - a^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

$$b = 4$$

จากโจทย์กำหนดจะเห็นว่าโฟกัสเป็นจุดที่อยู่ในแนวขนาน

กับแกน x

$$\therefore \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

จุด (h, k) อยู่ระหว่าง B กับ B'

$$\therefore (h, k) = \left(\frac{5-5}{2}, \frac{1+1}{2}\right)$$

$$= (0, 1)$$

$$\text{แทนค่า } \frac{(x-0)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{16} = 1$$

18.ตอบข้อ (1)

แนวคิดจากสมการ  $5^{9(2^x)-2} = 625^{2^{2x}}$

$$5^{9(2^x)-2} = (5^4)^{2^{2x}}$$

$$5^{9(2^x)-2} = 5^{4(2^{2x})}$$

นั่นคือ  $9(2^x) - 2 = 4(2^{2x})$

$$0 = 4(2^{2x}) - 9(2^x) + 2$$

$$0 = 4(2^{2x} - 1)(2^x - 2)$$

จะได้	$4 \cdot 2^x - 1 = 0$	$2^x - 2 = 0$
	$2^2 \cdot 2^x = 1$	$2^x = 2$
	$2^{2+x} = 2^0$	$x = 1$
	$2 + x = 0$	
	$x = -2$	

ดังนั้น เซต  $A = \{-2, 1\}$  ผลบวกของสมาชิกในเซต  $A$  คือ  $-2 + 1 = -1$

19.ตอบข้อ (3)

โจทย์ให้หาค่า

$$\begin{aligned} \frac{\log_2 24}{\log_6 2} &= \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2} \\ \frac{\log_2 24}{\log_6 2} \cdot \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2} &= \frac{\log 24}{\log 2} \cdot \frac{\log 192}{\log 2} \\ &= \frac{\log 24}{\log 96} \cdot \frac{\log 192}{\log 12} \\ &= \frac{(\log 24)(\log 96)}{(\log 2)(\log 2)} - \frac{(\log 192)(\log 12)}{(\log 2)(\log 2)} \\ &= \frac{(\log 24)(\log 96) - (\log 192)(\log 12)}{\log^2 2} \\ &= \frac{(\log(2^3 \times 3))(\log(2^5 \times 3)) - (\log(2^6 \times 3))(\log(2^2 \times 3))}{\log^2 2} \\ &= \frac{(3 \log 2 + \log 3)(5 \log 2 + \log 3) - (6 \log 2 + \log 3)(2 \log 2 + \log 3)}{\log^2 2} \\ &= \frac{15 \log 2 + 8 \log 2 \log 3 + \log^2 3 - 12 \log^2 2 - 8 \log 2 \log 3 - \log^2 3}{\log^2 2} \\ &= \frac{3 \log^2 2}{\log^2 2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

20.ตอบข้อ (2)

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{161 - 18\sqrt{80}} &= \sqrt{\sqrt{161 - 18\sqrt{80}}} \\ &= \sqrt{\sqrt{161 - 2 \cdot \sqrt{81 \cdot 80}}} \\ &= \sqrt{\sqrt{81} - \sqrt{80}} \\ &= \sqrt{9 - 2\sqrt{20}} \\ &= \sqrt{5} - \sqrt{4} \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{5} - \sqrt{4}$$

$$\therefore a = 5 = b = 4$$

$$\begin{aligned} \log_b a &= \log_4 5 \\ &= \frac{1 - \log 2}{2 \log 2} \end{aligned}$$

21.ตอบข้อ (2)

แนวคิด เนื่องจาก A เป็นเมตริกซ์เอกฐาน

ดังนั้น  $\det A = 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & -1 & y \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

จะได้  $4y - 4x + 3 = 0$

$$y - x + 1 = 0 \quad \text{----(1)}$$

$$C_{32}(A) = -M_{32}(A)$$

$$= - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ x & y \end{vmatrix} = 3x - y$$

$$M_{12}(A) = \begin{vmatrix} x & y \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2x - 2y$$

$$C_{32}(A) - M_{12}(A) = x + y = 5$$

จาก (1) และ (2) จะได้  $x = 3$  และ  $y = 2$

$$\therefore x^2 + y^2 = 13$$

22.ตอบข้อ (3)

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & -b \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + 2A + 1 = 0$$

$$\begin{bmatrix} a^2 + 2a + 1 & 0 \\ 0 & b^2 - 2b + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$b^2 - 2b + 1 = 0$$

$$a^2 - b^2 + 2a + 2b = 0$$

$$(a + b)(a - b) + 2(a + b) = 0$$

$$(a + b)(a - b + 2) = 0$$

$$a + b = 0$$

23.ตอบข้อ (3)

แนวคิด จากโจทย์โดยกระบวนการดำเนินการตามแถวพบว่า

$$\left[ \begin{array}{ccc|ccc} x & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & y & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & z & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -5 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 10 & -7 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & -6 & 5 \end{array} \right]$$

หมายความว่า  $\begin{bmatrix} x & 2 & -3 \\ 2 & y & 0 \\ 4 & -2 & z \end{bmatrix}$  เป็นเมตริกซ์อินเวอร์สของ

$$\begin{bmatrix} -5 & 4 & -3 \\ 10 & -7 & 6 \\ 8 & -6 & 5 \end{bmatrix}$$

ให้ เมตริกซ์  $A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -3 \\ 10 & -7 & 6 \\ 8 & -6 & 5 \end{bmatrix}$

หาเมตริกซ์อินเวอร์สได้จาก  $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj} A$

$$\det A = \begin{vmatrix} -5 & 4 & -3 \\ 10 & -7 & 6 \\ 8 & -6 & 5 \end{vmatrix} \begin{matrix} - \\ + \\ + \end{matrix}$$

$$= (-5)(-7)(5) + (4)(6)(8) + (-3)(10)(-6) - (8)(-7)(-3) - (-6)(6)(-5) - (5)(10)(4)$$

$$= 175 + 192 + 180 - 168 - 180 - 200 = -1$$

$$\text{Cof } A = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} -7 & 6 \\ -6 & 5 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 10 & 6 \\ 8 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 10 & -7 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -6 & 5 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 8 & 5 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} -5 & 4 \\ 8 & -6 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 4 & -3 \\ -7 & 6 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 10 & 6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -5 & 4 \\ 10 & -7 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} [(-7)(5) - (-6)(6)] & -[(10)(5) - (8)(6)] & [(10)(-6) - (8)(-7)] \\ -[(4)(5) - (-6)(-3)] & [(-5)(5) - (8)(-3)] & -[(-5)(-6) - (8)(4)] \\ [(4)(6) - (-7)(-3)] & -[(-5)(6) - (10)(-3)] & [(-5)(-) - (10)(4)] \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\text{Adj}A = (\text{Cof } A') = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -5 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \text{Adj}A = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \\ -4 & 2 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 2 & -3 \\ 2 & y & 0 \\ 4 & -2 & z \end{bmatrix}$$

นั่นคือ  $x = -1, y = 1$  และ  $z = 5$

ดังนั้น  $x + y + z = -1 + 1 + 5 = 5$

หมายเหตุ ข้อนี้เราสามารถหาคำตอบ โดยการหาเมทริกซ์-

อินเวอร์ส ( $A^{-1}$ ) ได้อีกวิธีหนึ่ง โดยใช้วิธีการดำเนินการตาม

แถว (row operation) ก็ได้

24.ตอบข้อ (2)

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด } |\vec{\mu} + \vec{v}|^2 &= |\vec{\mu}|^2 + 2\vec{\mu} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \\ 64 &= 25 + 2\vec{\mu} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \\ 39 &= |\vec{v}|^2 + 2\vec{\mu} \cdot \vec{v} \quad \text{-----(1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{\mu} \cdot (\vec{\mu} + 2\vec{v}) + \vec{v} \cdot (\vec{v} - \vec{\mu}) &= |\vec{\mu}|^2 + 2\vec{\mu} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 - \vec{\mu} \cdot \vec{v} \\ 49 &= |\vec{\mu}|^2 + |\vec{v}|^2 + \vec{\mu} \cdot \vec{v} \\ 49 &= 25 + |\vec{v}|^2 + \vec{\mu} \cdot \vec{v} \\ 24 &= |\vec{v}|^2 + \vec{\mu} \cdot \vec{v} \quad \text{-----(2)} \end{aligned}$$

$$(1) - (2); \quad \vec{\mu} \cdot \vec{v} = 15 \text{ แทนใน (2)}$$

$$\text{จะได้ } |\vec{v}|^2 + 15 = 24$$

$$|\vec{v}|^2 = 9$$

$$\begin{aligned} \text{ต้องการหาค่า } |\vec{\mu} - \vec{v}|^2 &= |\vec{\mu}|^2 + 2\vec{\mu} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 \\ &= 25 - 2(15) + 9 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore |\vec{\mu} - \vec{v}| = 2$$

25.ตอบข้อ (3)

แนวคิด

$$\vec{\mu} = 4\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c} = \begin{bmatrix} -8+6+1 \\ 4+4+0 \end{bmatrix} = -\vec{i} + 8\vec{j}$$

เวกเตอร์  $\vec{\mu} \perp \vec{v}$  ก็ต่อเมื่อ  $\vec{\mu} \cdot \vec{v} = 0$

$$3) \text{ ถูก } \therefore \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 16 \\ 2 \end{bmatrix} = 0$$

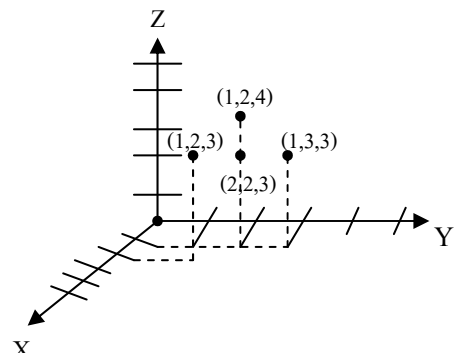
$$1) \text{ ผิด } \vec{\mu} \cdot \vec{v} \neq 0$$

$$2) \text{ ผิด } \vec{\mu} \cdot \vec{v} \neq 0$$

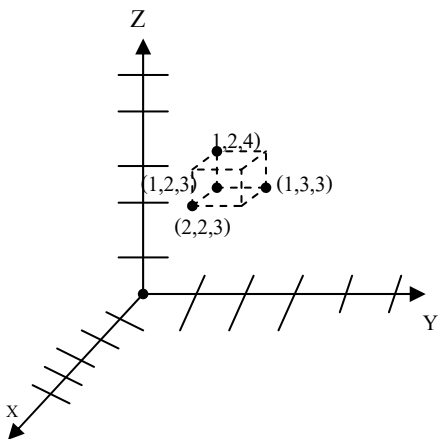
$$4) \text{ ผิด } \vec{\mu} \cdot \vec{v} \neq 0$$

26.ตอบข้อ (3)

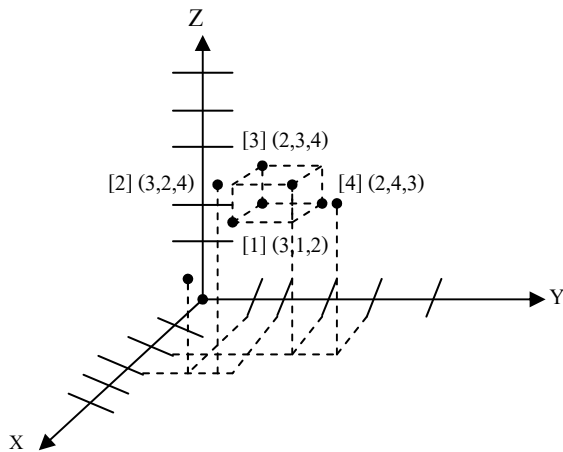
แนวคิดชั้นที่ 1 พิกัดของจุด (1,2,3), (1,2,4), (2,2,3) และ (1,2,3) เขียนลงบนกราฟแกน X, Y, Z ได้ดังนี้



ชั้นที่ 2 สามารถแสดงจุดมุมของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ ดังนี้



ขั้นที่ 3 ตรวจสอบตัวเลือก



ดังนั้นจุดที่เป็นจุดมุมของทรงสี่เหลี่ยมคือจุด (2,3,4)  
 หมายถึง ข้อนี้อาจมีวิธีการคิดอีกวิธีคือ หลังจากทราบรูปทรง  
 สี่เหลี่ยมมุมฉากในขั้นตอนที่สองแล้ว

เราจะทราบว่า ในแกน X จุดมุมของกล่องจะอยู่ในพิสัย  
 $x = 1$  หรือ  $x = 2$  เท่านั้น

ในแกน Y จุดมุมของกล่องจะอยู่ในพิสัย  $y = 2$  หรือ  
 $y = 3$  เท่านั้น

ในแกน Z จุดมุมของกล่องจะอยู่ในพิสัย  $z = 3$  หรือ  
 $z = 4$  เท่านั้น

ตรวจสอบตัวเลือก [1] (3,1,2) ไม่เป็นจุดมุมของกล่องเพราะ  
 แกน x, y, z ไม่อยู่ในขอบเขต

[2] (3,2,4) ไม่เป็นจุดมุมของกล่องเพราะ แกน X ไม่อยู่  
 ในขอบเขต

[3] (2,3,4) ไม่เป็นจุดมุมของกล่องเพราะอยู่ในขอบเขต  
 ในทุกแกน

[4] (2,4,3) ไม่เป็นจุดมุมของกล่องเพราะ แกน y ไม่อยู่  
 ในขอบเขต

27.ตอบข้อ (4)

แนวคิดจาก  $Z^3 + Z^2 + 3Z - 5 = 0$

จากวิธีหารสังเคราะห์  $Z = 1$

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \ 3 \ -5 \\ 1 \ 2 \ 5 \\ \hline 1 \ 2 \ 5 \ 0 \end{array}$$

จะได้  $(Z-1)(Z^2 + 2Z + 5) = 0$

ดังนั้น  $Z = 1, Z = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(5)}}{2(1)}$

$Z = 1, Z = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{2(1)}$

$Z = 1, Z = \frac{-2 \pm 4i}{2} = -1 \pm 2i$

จาก  $|Z_1 - (2+2i)| = 3$

ถ้าให้  $Z_1 = -1 + 2i$

$|(-1+2i) - (2+2i)| = 3$

$|-3| = 3$  เป็นจริง

ถ้าให้  $Z_1 = -1 + 2i$

$|(-1+2i) - (2+2i)| = 3$

$|-3-4i| = \sqrt{9+16} = 5$  ไม่เป็นจริง

∴ จะได้  $Z_1 = -1 - 2i$  และ  $\bar{Z}_1 = -1 - 2i$

∴  $Z_1 + \bar{Z}_1 = (-1 - 2i) + (-1 - 2i) = -2$

28.ตอบข้อ (4)

แนวคิด จากโจทย์  $z = \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$

คูณด้วยสังยุค  $= \left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i} \times \frac{1+\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}\right)^{10}$

$= \left(\frac{1+\sqrt{3}i+\sqrt{3}i-3}{1+\sqrt{3}i-\sqrt{3}i+3}\right)^{10}$

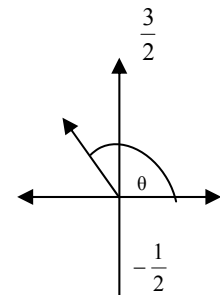
$= \left(\frac{-2+2\sqrt{3}i}{4}\right)^{10} = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{10}$

เปลี่ยน  $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$  ให้อยู่ในรูปแบบเชิงชี้

$z = |z|(\cos \theta + i \sin \theta)$

จาก

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1$



จาก  $\tan \theta = \frac{b}{a} = \frac{2}{-1} = -2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{2}{1}\right) = -\sqrt{3}$

$\theta = \tan^{-1}(-\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3}$  (อยู่ในจุดภาคที่ 2)

จาก  $z^n = |z|^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$

จะได้  $z^{10} = (1)^{10} \left(\cos 10\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin 10\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$

$= \cos \frac{20\pi}{3} + i \sin \frac{20\pi}{3}$

$= \cos\left(\frac{20\pi}{3} - 2(3)\pi\right) + i \sin\left(\frac{20\pi}{3} - 2(3)\pi\right)$

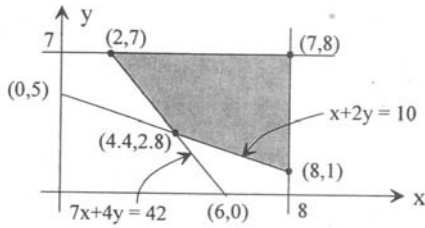
$= \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$

$= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

ตัวผกผันการบวกของ  $z(a+bi)$  คือ  $-a-bi = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

29.ตอบข้อ (2)

แนวคิด จากเงื่อนไขบังคับของโจทย์ เขียนกราฟได้ดังนี้



จาก	$P = 5x + 10y$
(2,7)	$P = 10 + 70 = 80$
(7,8)	$P = 35 + 80 = 115$
(8,1)	$P = 40 + 10 = 50$
(4.4,2.8)	$P = 22 + 28 = 50$

ดังนั้น a มีค่าเท่ากับ 115  
b มีค่าเท่ากับ 50  
a - b = 65

30.ตอบข้อ (3)

จาก  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)$  เป็นอนุกรมเลขคณิตมี n พจน์

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = \frac{n}{2}[1 + (2n - 1)]$$

$$= n^2$$

$$\frac{n\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}}{2n^2 + n + 1} = \frac{n\sqrt{n^2}}{2n^2 + n + 1}$$

$$= \frac{n^2}{2n^2 + n + 1}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}}{2n^2 + n + 1} = \frac{1}{2}$$

31.ตอบข้อ (3)

$$\frac{2 + 4 + 8 + \dots + 2^n}{2^{n+1} - 8} = \frac{2(2^n - 1)}{2^{n+3} - 8}$$

$$= \frac{2(2^n - 1)}{8(2^n - 1)} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 8 + \dots + 2^n}{2^{n+1} - 8} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a^n = \frac{1}{4}$$

$$a + a^2 + a^3 + \dots = \frac{1}{4}$$

$$\frac{a}{1 - a} = \frac{1}{4}$$

$$4a = 1 - a$$

$$5a = 1$$

$$a = \frac{1}{5}$$

$$25a, 25a^2, 25a^3, \dots, 5, 1, \frac{1}{5}, \frac{1}{5^2}, \frac{1}{5^3}$$

$$\therefore \text{พจน์ที่ 5 เป็น } \frac{1}{5^3}$$

32.ตอบข้อ (2)

แนวคิด  $y = \frac{1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^2 - 1} - \frac{n}{3}$

$$= \frac{\frac{n}{6}(n+1)(2n+1)}{(n-1)(n+1)} - \frac{n}{3}$$

$$= \frac{n(2n+1)}{6(n-1)} - \frac{n}{3}$$

$$= \frac{2n^2 + n - 2n^2 + 2n}{6(n-1)}$$

$$= \frac{n}{2(n-1)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y = \frac{1}{2}$$

33.ตอบข้อ (2)

แนวคิด จากสูตร  $A = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

$$A = \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$$

$$6 = \int_{-1}^2 [f(x) - (2x - x^2)] dx$$

$$6 = \int_{-1}^2 f(x) dx - \int_{-1}^2 (2x - x^2) dx$$

$$\therefore \int_{-1}^2 f(x) dx = 6 + \int_{-1}^2 (2x - x^2) dx$$

$$= 6 + \left[ \frac{2x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right]_2^2$$

$$= 6 + \left[ (4 - \frac{8}{3}) - (1 + \frac{1}{3}) \right]$$

$$= 6 + \left[ \frac{4}{3} - \frac{4}{3} \right] = 6$$

34.ตอบข้อ (1)

แนวคิด โจทย์กำหนดสมการเส้นโค้งคือ

$$y = x^3 - 2x^2 + 5x$$

$\therefore$  ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุดใด ๆ คือ

$$m = \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x + 5$$

ดังนั้น ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (1, 4) คือ

$$m = 3(1)^2 - 4(1) + 5 = 4$$

$\therefore$  สมการของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นสัมผัสของเส้นโค้งคือ

$$y - 4 = -\frac{1}{4}(x - 1) \quad (m_1 = -\frac{1}{4})$$

$$x + 4y - 17 = 0$$

35.ตอบข้อ (1)

โจทย์กำหนดความชันของเส้นโค้งที่จุด (x, y) ใดๆ คือ

$$m = \frac{dy}{dx} = 3x^2 - 4x - 5$$

$$\therefore y = x^3 - 2x^2 - 5x + c \dots\dots\dots(A)$$

และเส้นโค้งผ่านจุด (1, -6)

$$\therefore -6 = 1^3 - 2(1)^2 - 5(1) + c$$

จะได้  $c = 0$

$$\therefore \text{สมการของเส้นโค้งคือ } y = x^3 - 2x^2 - 5x$$

36.ตอบข้อ (3)

แนวคิด จาก  $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots (2n)$   
 $= (2 \times 1)(2 \times 2)(2 \times 3)(2 \times 4) \cdot \dots \cdot (2 \times n)$   
 $= 2^n (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n)$   
 $= 2^n n! \neq 2(n!)$

ข้ออื่นถูกหมดจนครบ คิดว่าน่าจะถูกต้องจะได้ครบ

37.ตอบข้อ (4)

แนวคิด

กรณีที่ 1 เลือกนักเรียน 6 คน จาก 13 คน นั่งรถคันที่ 1 ที่เหลือนั่งคันที่ 2

$$\text{จำนวนวิธี } C_{13,6} = \frac{13!}{7!6!} = 1716 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 2 เลือกนักเรียน 5 คน จาก 13 คน นั่งรถคันที่ 1 ที่เหลือนั่งคันที่ 2

$$\text{จำนวนวิธี } C_{13,5} = \frac{13!}{8!5!} = 1287 \text{ วิธี}$$

กรณีที่ 3 เลือกนักเรียน 4 คน จาก 18 คน นั่งรถคันที่ 1 ที่เหลือนั่งคันที่ 2

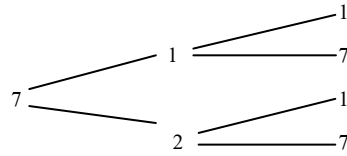
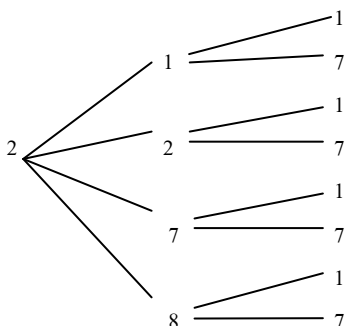
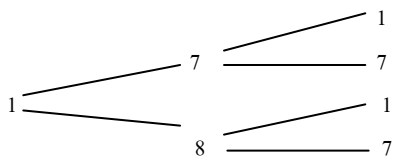
$$\text{จำนวนวิธี } C_{13,4} = \frac{13!}{9!4!} = 715 \text{ วิธี}$$

$\therefore$  จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นคือ

$$1716 + 1287 + 715 = 3718$$

38.ตอบข้อ 4 ไม่มีคำตอบที่ถูกต้อง

แนวคิด โจทย์ลักษณะนี้ใช้แผนภาพช่วย



$\therefore$  จะสร้างจำนวนที่ที่บวกที่มีค่ามากกว่า 150 แต่ไม่น้อยกว่า 750 ทั้งหมด 16 วิธี

39.ตอบข้อ (2)

- แนวคิด (1) เลือกของ 2 ชิ้น จาก 8 ชิ้น ได้  ${}^8C_2$  วิธี  
 (2) แจกของใน (1) ให้เด็ก ได้ 2 วิธี  
 (3) เลือกของ 3 ชิ้น จาก 6 ชิ้นที่เหลือได้  ${}^6C_3$  วิธี  
 (4) แจกของ 3 ชิ้นใน (3) ให้เด็กได้ 1 วิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{แจกได้ทั้งหมด} &= {}^8C_2 \cdot 2 \cdot {}^6C_3 \cdot 1 \\ &= \frac{8!}{2!6!} \cdot 2 \cdot \frac{6!}{3!3!} \\ &= \frac{8!}{3!3!} = 1120 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

40.ตอบข้อ (2)

แนวคิด สมมติให้นักศึกษาทั้งหมด 1,000 คน

กำหนดให้

- A แทนนักศึกษาชาย 40% คิดเป็น 400 คน
- B แทนนักศึกษาชาย 60% คิดเป็น 600 คน
- C แทนนักศึกษาชายที่เห็นด้วยกับการขึ้นราคาน้ำมัน 70% คิดเป็น 280 คน
- C' แทนนักศึกษาชายที่ไม่เห็นด้วยกับการขึ้นราคาน้ำมัน 30% คิดเป็น 120 คน
- D แทนนักศึกษาชายที่เห็นด้วยกับการขึ้นราคาน้ำมัน 15% คิดเป็น 90 คน
- D' แทนนักศึกษาชายที่ไม่เห็นด้วยกับการขึ้นราคาน้ำมัน 85% คิดเป็น 510 คน

ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มเลือกนักศึกษามาหนึ่งคนที่จะเป็น นักศึกษาชาย หรือนักศึกษาที่เห็นด้วยกับการขึ้นราคาน้ำมัน

$$P(A \cup D) = \frac{400 + 90}{1000} = \frac{490}{1000} = 0.49$$

41.ตอบข้อ (4)

แนวคิด สัมประสิทธิ์ของ  $x^2$  จากการกระจาย  $(x^5 + \frac{a}{2x})^{10}$

คือข้อใด

จากสูตร  $T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$  แทนค่าได้

$$T_{r+1} = \binom{10}{r} (x^5)^{10-r} \left(\frac{a}{2x}\right)^r \text{ จัดรูปอีกนิดจะได้}$$

$$T_{r+1} = \binom{10}{r} a^r \left(\frac{1}{2}\right)^r (x^{50-6r})$$

จับ  $50 - 6r = 2$  ได้  $r = 8$  นำไปแทนที่ ส.ป.ส. คือ

$$\binom{10}{r} a^r \left(\frac{1}{2}\right)^{10-r} \text{ ได้ } \binom{10}{8} a^8 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{45}{2^8} a^8$$

42.ตอบข้อ (4)

แนวคิด

ความยาว (ซม.)	ความถี่สะสม	ความถี่ (f)
$\leq 40.5$	16	16
40.5 - 48.5	24	⑧
$\geq 48.5$	45	21
	รวม	$N = 45$

$$\begin{aligned} \text{สูตร คำนวณมัธยฐาน (Med)} &= L + \frac{\frac{1}{2}(N - \sum f_l)}{f_m} \\ &= 40.5 + 8 \left[ \frac{22.5 - 16}{8} \right] \\ &= 40.5 + 6.5 \\ &= 47 \text{ ซม.} \end{aligned}$$

43.ตอบข้อ (2)

แนวคิดให้  $\bar{x} = 1,100$  บาท

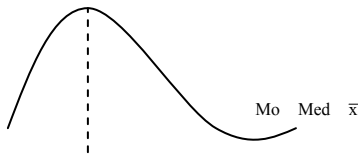
ก) ถูกเพราะ

ค่ามัธยฐาน (Mod) = 1,000 บาท

และค่าฐานนิยม (Mode) = 950 บาท

$\therefore \text{Mode} < \text{Med} < \bar{x}$

จะได้ว่าเส้นโค้งความถี่เบ้ขวา ดังรูป



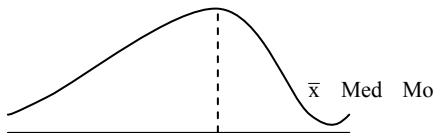
ข) ผิดเพราะ  $\bar{x} = 1,100$  บาท

ค่ามัธยฐาน (Median) = 1,300 บาท

และค่าฐานนิยม (Mode) = 1,200 บาท

ถ้า  $\text{Mode} > \text{Med} > \bar{x}$

จะได้ว่าเส้นโค้งความถี่เบ้ซ้าย ดังรูป



44.ตอบข้อ (1)

แนวคิด กำหนดให้  $x_1, x_2, x_3, x_4$  เป็นข้อมูลที่เรียงจาก

น้อยไปหามาก มัธยฐานมีค่าเท่ากับ 0 โดยที่ตำแหน่ง

มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้คือ

$$\frac{N+1}{2} = \frac{4+1}{2} = 2.5$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{x_2 + x_3}{2} = 0$$

$$x_2 + x_3 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

มีพิสัยคือ 12 โดยที่พิสัยคือ Max-Min

$$\text{นั่นคือ } x_4 - x_1 = 12 \dots\dots\dots(2)$$

มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตคือ 1 โดยที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตหาได้จาก

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \dots\dots(3)$$

จากสมการที่ (1)  $x_1 + x_4 = 4 \dots\dots(4)$

$$(2) + (4) \quad 2x_4 = 16$$

$$x_4 = 8$$

จากสมการ (2)  $8 - x_1 = 12$

$$x_1 = -4$$

จะได้ข้อมูลเรียงจากน้อยไปมาก คือ  $-4, x_2, x_3, 8$

และเนื่องจากฐานนิยมคือ 0 นั่นคือจะต้องมีจำนวน 0 อย่างน้อย

2 จำนวน นั่นก็คือ  $x_2$  และ  $x_3$

ดังนั้น จะได้ข้อมูลเรียงจากน้อยไปมากทั้งหมด ก็คือ  $-4, 0, 0, 8$

ค่าของ

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 (x_i - 1)^2 &= (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2 \\ &= (-4 - 1)^2 + (0 - 1)^2 + (0 - 1)^2 + (8 - 1)^2 \\ &= 25 + 1 + 1 + 49 = 76 \end{aligned}$$

45.ตอบข้อ (1)

แนวคิด จาก สปส. การแปรผัน (CV) =  $\frac{s}{\bar{x}}$

$$CV_B = \frac{3}{28} = 0.078$$

$$CV_F = \frac{9}{45} = 0.2$$

$$CV_G = \frac{2}{24} = 0.083$$

$$CV_M = \frac{6}{48} = 0.125$$

$\therefore$  ชนิด B มีการกระจายของข้อมูลน้อยที่สุด

46.ตอบข้อ (3)

แนวคิด นายวิระวัฒน์ทำคะแนนวิชาใดได้ดีที่สุด พิจารณาได้

จากคะแนนมาตรฐาน  $Z = \frac{x - \bar{x}}{s}$  ของวิชาที่มีค่ามากที่สุด

วิชาคณิตศาสตร์:  $Z_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{s} = \frac{62 - 27}{14} = 2.5$

วิชาเคมี:  $Z_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{s} = \frac{57 - 25}{16} = 2.0$

วิชาฟิสิกส์:  $Z_3 = \frac{x_3 - \bar{x}}{s} = \frac{51 - 21}{10} = 3.0^*$

วิชาชีววิทยา:  $Z_4 = \frac{x_4 - \bar{x}}{s} = \frac{50 - 35}{10} = 1.5$

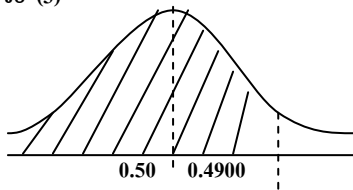
$\therefore$  เขาทำคะแนนวิชาฟิสิกส์ได้ดีที่สุด



47.ตอบข้อ (4)

ข้อมูลชุดที่ 1 มี  $\bar{x} = 4$   
 ดังนั้นข้อมูลชุดที่ 2 มี  $\bar{y}_i = 3\bar{x}_i - 2 = 3(4) - 2 = 10$   
 และจาก  $y_i = 3x_i - 2$  ดังนั้น  $SDy_i = 3SDx_i$   
 จะได้ ส.ป.ส.แปรผัน ชุดที่ 1 =  $\frac{SDx_i}{4}$   
 ส.ป.ส.แปรผัน ชุดที่ 2 =  $\frac{3SDx_i}{10}$  และ  
 $SD^2_{y_i} = 9SD^2_{x_i}$   
 จากข้อมูลทั้งหมดจะเห็นว่า ก. ข. ค. ผิดหมดนะครับ

48.ตอบข้อ (3)



$z = 2.33$   
 $z = 2.33$  มีพื้นที่ใต้โค้ง ปกติรวมเป็น 0.99 คะแนน  
 $z = 2.33$  คิดเป็น  $P_{99}$   
 จาก  $z = \frac{x - \bar{x}}{S.D}$   
 $2.33 = \frac{x - 50}{15}$   
 $x = 84.95$   
 $\therefore x = 85$

49.ตอบข้อ (4)

แนวคิด ให้  $y =$  มูลค่าการขายต่อปี (ล้านบาท) เนื่อง  
 จากเป็นข้อมูลอนุกรมเวลาทำได้ดังนี้

ปี พ.ศ.	$X_i$	$Y_i$	$X_i Y_i$	$X_i^2$
2541	-2	7	-14	4
2542	-1	10	-10	1
2543	0	9	0	0
2544	1	11	11	1
2545	2	13	26	4
รวม	0	50	13	10

จากสมการพยากรณ์  $Y$  จาก  $X$

$$Y = mX + c$$

จะได้สมการปกติ  $\sum Y = m \sum X + nc \dots\dots\dots(1)$

$$\sum XY = m \sum X^2 + c \sum X \dots\dots\dots(2)$$

เนื่องจาก  $\sum X = 0$   
 จากสมการ(1)จะได้  $c = \frac{\sum Y}{n} = \frac{50}{5} = 10$

จากสมการ(2)จะได้  $m = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{13}{10} = 1.3$

ดังนั้น จะได้  $y = 1.3X + 10$   
 แทนค่า  $X=3$  จะได้  $Y = 1.3(3) + 10 = 13.9$   
 นั่นคือมูลค่าการขายโดยเฉลี่ยใน 6 เดือนแรกของปี 2546  
 มีค่า  $= \frac{13.9}{2} = 6.95$

50.ตอบข้อ (4)

แนวคิด มาจากเรื่องการนับครับ....  
 แบบที่ 1 1 ช่อง x 1 ช่อง = 4 x 4 = 16 รูป  
 แบบที่ 2 2 ช่อง x 2 ช่อง = 3 x 3 = 9 รูป  
 แบบที่ 3 3 ช่อง x 2 ช่อง = 2 x 2 = 4 รูป  
 แบบที่ 4 4 ช่อง x 4 ช่อง = 1 x 1 = 1 รูป  
 รวม  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$  รูป